

Examenverslag van wiskunde B vwo, eerste tijdvak (2023)

Beste leerling,

In dit examenverslag voor leerlingen proberen we een zo goed mogelijk antwoord te geven op de volgende vraag: *In hoeverre was het examen te maken met behulp van de op de cursus behandelde kennis & vaardigheden?*

Om een zo duidelijk mogelijk verslag te maken, hebben we de vragen onderverdeeld in 4 categorieën.

- I. Algemene (niet vak gerelateerde) kennis & vaardigheden
- II. Alleen-kennis/aanpak-uit-de-cursus-vraag
- III. Een-stapje-extra-vraag.
- IV. Niet voorgekomen in de cursus

De eerste categorie doet een beroep op algemene basisvaardigheden, welke we bekend veronderstellen. Categorie II en III zijn vragen die op te lossen zijn met de kennis en vaardigheden die je op de cursus geleerd hebt. De laatste categorie vragen is op de cursus niet aan bod gekomen. In *bijlage 1*, achteraan dit document, vind je een nadere toelichting van deze categorieën.

Het is belangrijk om te beseffen dat deze categorieën niets zeggen over de moeilijkheidsgraad van een vraag. Een vraag die rechtstreeks op te lossen valt met kennis en vaardigheden uit de cursus (categorie II) kan best een pittigere opgave zijn dan een vraag die niet is voorgekomen tijdens de cursus (categorie IV).

Mocht je vragen of opmerkingen hebben naar aanleiding van dit examenverslag, dan horen we dit uiteraard heel graag! Je mag ons hier altijd over mailen op info@sslleiden.nl.

Met vriendelijke groet,

Hans Huibregtse

opgave	vraag	aantal punten	categorie vraag	toelichting categorie keuze:
1	1	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'minimum' gaf bij deze vraag aan dat je het stappenplan 'Toppen' kon gebruiken uit de uitleg 'Differentiëren'. Voor het opstellen van de afgeleide kon gebruik worden gemaakt van het blok 'Hoe moet het?' van de uitleg 'Differentiëren'.
	2	5	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? In deze opgave werd de oppervlakte tussen de grafiek van f en de scheve asymptoot k gevraagd. Hiervoor was eerst een formule voor de scheve asymptoot nodig, die gevonden kon worden met het stappenplan 'Scheve asymptoot' uit de uitleg 'Limieten'. Vervolgens kon de oppervlakte tussen de 2 grafieken berekend worden met het stappenplan 'Opp/inh 2 grafieken' van de uitleg 'Integreren'. De primitieve van $1/x$ normaal $\ln x $ is, maar aangezien gegeven wordt dat x altijd groter is dan 0 in deze opgave waren de absoluutstrepen hier niet nodig en wordt het gewoon $\ln(x)$. Hiermee kon de oppervlakte verder worden uitgerekend. Het oplossen van $\ln(2a) - \ln(a)$ kon worden gedaan met de formules uit de uitleg 'Exponenten en logaritmen'.
	3	4	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Het stappenplan 'Opp/inh 2 grafieken' van de uitleg 'Integreren' kon hier worden gebruikt. Met de 'GIFS' uit het 'Stappenplan Examensom' kon gevonden worden dat deze vraag met de GR gedaan mocht worden. Met de GR konden de snijpunten worden bepaald die nodig waren. De extra denkstap die bij deze vraag was dat je de grafiek van f 3 naar beneden kon verschuiven en dat je vervolgens die functie kon wentelen om de x -as. Door de lijn $y=3$ naar 3 beneden te schuiven kom je namelijk op de x -as terecht. Op die manier was dat hetzelfde als $f - 3$ wentelen om de x -as. De integraal die daaruit voortkwam kon met de GR worden uitgerekend, daarbij moest wel op twee decimalen worden afgerond om de vraag helemaal te beantwoorden.
2	4	5	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? In deze opgave moest 2 maal een oppervlakte worden uitgerekend. Hierbij is ABCD een rechthoek en kan de oppervlakte gevonden worden met lengte x breedte. Voor A'B'C'D' moest gebruik worden gemaakt van de oppervlakte van cirkels en dan de grootste cirkel min de kleinste cirkel. In de tekst was gegeven dat PQ en P'Q' dezelfde lengte bleven. P'Q' kan berekend worden door te kijken naar de omtrek van een cirkel. Het berekenen van de oppervlakte en omtrek van een cirkel is terug gekomen in de uitleg 'Examenvaardigheden' onder het blok 'Formule opstellen'. Verder moest bij deze vraag worden bedacht dat niet de hele cirkel gebruikt werd, maar slechts een deel van de cirkel. Vandaar dat de gevonden oppervlakte en omtrek nog vermenigvuldigd dienden te worden met $45/360$. Dat is het gedeelte van de cirkel waarvan de oppervlakte/omtrek gevonden diende te worden. Als laatste stap moest nog gekeken worden hoeveel procent de ene oppervlakte groter was dan de andere oppervlakte. Het berekenen van percentages wordt door Cito beschouwd als een algemene vaardigheid.

	5	3	I	Welke algemene kennis & vaardigheden kon je gebruiken? Bij deze opgave konden de gegevens uit de tekst in de formule worden ingevuld om de waarde voor R te achterhalen. Vervolgens kon de waarde van R samen met $d=10$ en $V=100$ worden ingevuld in de vergelijking om de waarde van F te vinden in de nieuwe situatie. Het invullen van gegevens om iets uit te rekenen wordt door Cito beschouwd als een algemene vaardigheid.
	6	4	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Het signaalwoord 'minimum' verwees bij deze opgave naar het stappenplan 'Toppen' uit de uitleg 'Differentiëren'. Zoals stap 0 van dat stappenplan aangeeft moet er eerst een formule voor F zijn. Die is al gegeven (formule 1) maar daar staan nog 3 onbekenden in. De extra denkstap was bij deze vraag hoe je minder onbekenden in je functie kon krijgen. In de tekst is aangegeven dat formules 1 en 2 gecombineerd kunnen worden om een formule voor F te krijgen met als enige onbekenden nog R en d. Om de formules samen te nemen kan het onderdeel 'Substitutie' van de uitleg 'Examenvaardigheden' worden gebruikt. Na de formule van F op die manier te hebben verkregen kan de afgeleide worden bepaald. Hierbij is R een constante die dus als een getal beschouwd kan worden. Door de afgeleide vervolgens gelijk te stellen aan 0 kan gevonden worden voor welke waarde van d de benodigde kracht F minimaal is.
3	7	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? In de opgave wordt gesproken over het rechtsom draaien van de vector MP. Het draaien van een vector is teruggekomen in het deel 'Vector opstellen' van de uitleg 'Vectoren'. Samen met de andere tools voor het opstellen van een vector kon de vector OQ worden opgesteld om daarmee achter de coördinaten van punt Q te komen.
	8	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'Snelheid' samen met de parametervoorstelling van punt Q verwijst naar de tweede soort vraag uit de uitleg 'Parametervoorstellingen' genaamd '(baan)snelheid in punt P op tijd t'. Na deze formule te hebben ingevuld kan het blok 'Omschrijven' van de uitleg 'Examenvaardigheden' worden gebruikt om te laten zien wat de waarde van c moet zijn.
	9	2	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Voor het bepalen van de lengte van PQ kon de formule van de lengte van een schuin lijnstuk worden gebruikt uit het blok 'Formule opstellen' van de uitleg 'Examenvaardigheden'. Vervolgens kon de formule verder worden uitgewerkt volgens het blok 'Omschrijven' van de uitleg 'Examenvaardigheden'.
		1	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? De extra denkstap in deze opgave was dat in de laatste stap de uitkomst van wortel(t^2) $ t $ kon zijn. Als t niet tussen absoluutstrepen staat kan het ook negatief zijn, en daarbij dus ook zorgen voor een negatieve waarde voor L. L kan niet negatief zijn aangezien het hier een lengte betreft.
	10	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het stappenplan 'Grafiek met knik' van de uitleg 'Functievaardigheden' kon worden gebruikt om de formule van de linkerkant te bepalen. De helling kon vervolgens berekend worden volgens het onderdeel 'Helling' van de uitleg 'Differentiëren'.
		1	IV	Niet voorgekomen op de cursus: Het bepalen van een limiet die van links nadert tot een getal is niet voorbijgekomen in de uitleg omdat het grotebakstof is.

4	11	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'Toppen' verwees naar het stappenplan 'Toppen' van de uitleg 'Differentiëren'. Dit kon gebruikt worden voor het vinden van de toppen A en B. Hiervoor kon de functie f gedifferentieerd worden. Dit is een functie met een knik, dus hiervoor kon eerst het stappenplan 'Grafiek met knik' van de uitleg 'Functievaardigheden' worden gebruikt. Na het gelijkstellen van de afgeleiden aan 0 kon het stappenplan 'Basisregel gonio' uit de uitleg 'Goniometrie' worden gebruikt om de vergelijking op te lossen. Door vervolgens de toppen A en B in te vullen in de vergelijking van $g(x)$ kwamen er 2 vergelijkingen met 2 onbekenden. Deze kon met een stelsel worden opgelost of met behulp van 'Substitutie' zoals behandeld in de uitleg 'Examenvaardigheden'.
	12	5	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'Oppervlakte' verwees naar het stappenplan 'Oppervlakte 1 grafiek' van de uitleg 'Integreren'. Bij deze opgave konden eerst de grenzen worden bepaald door de functie f gelijk te stellen aan 0. Vervolgens kon het stappenplan 'Basisregel gonio' van de uitleg 'Goniometrie' worden toegepast om dit op te lossen en de grenzen voor de integraal te vinden. Aangezien f een functie is met een knik kon je ook nog het stappenplan 'Grafiek met knik' van de uitleg 'Functievaardigheden' gebruiken om te kijken van welke functie je de primitieve neemt.
5	13	6	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'Loodrecht' verwees naar het blok 'Helling' van de uitleg 'Differentiëren'. Eerst kon het snijpunt gevonden worden tussen f en g om vervolgens te kijken wat de helling was van beide grafieken in dat punt. Bij het berekenen van het snijpunt kon de 'Basisregel' uit de uitleg 'Exponenten en Logaritmen' worden gebruikt. Om achter de helling te komen van de grafieken in het snijpunt kon het blok 'Helling' worden gebruikt van 'Differentiëren'. Door vervolgens gebruik te maken van de derde formule bij het blok 'Helling' over loodrecht snijdende lijnen kon bewezen worden dat ze elkaar loodrecht snijden.
	14	4	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? De lengte van een horizontaal lijnstuk kon gevonden worden met de formule uit het blok 'Formule opstellen' van de uitleg 'Examenvaardigheden'. Met de 'GIFS' van het 'Stappenplan Examensom' kon gevonden worden dat de GR gebruikt mocht worden bij het oplossen van de vraag.
6	15	5	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? In deze opgave kwam het signaalwoord 'Bissectrice' voor wat behandeld is bij de 'Stellingen' van de uitleg 'Meetkunde 1'. Daar staat dat een bissectrice de hoek opdeelt in 2 gelijke hoeken. Ofwel in deze opgave dat hoek PEF gelijk is aan hoek DEF. De extra denkstap was bij deze opgave om te kijken hoe de hoeken PEF en DEF gevonden konden worden. Hiervoor kon de vierde soort vraag 'Hoek berekenen tussen vectoren' uit de uitleg 'Vectoren' gebruikt worden. De vectoren konden berekend worden volgens de tools die behandeld zijn bij 'Vector opstellen' van de uitleg 'Vectoren'. Om achter de coördinaten van punt D te komen konden twee lijnen worden opgesteld, namelijk die van AC en van PF, om die vervolgens met elkaar te snijden. Het opstellen van lijnen is behandeld in de uitleg 'Meetkunde 1' in het blok 'Lijnen'.

	16	6	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? In deze opgave kon het 'Stappenplan meetkunde' van de uitleg 'Meetkunde 1' gebruikt worden. Vooral het opstellen van hoofd- en deelvragen maakte het in deze opgave overzichtelijker. Hoofdvraag: Wat is p? Deelvragen: 1. Wat zijn de coördinaten van punt P? 2. Wat is de formule voor lijn DF? 3. Wat zijn de coördinaten van punt D? De formule van de cirkel kon worden gemaakt met het blok 'Cirkels' van de uitleg 'Meetkunde 1'. Het middelpunt van de cirkel was al gegeven, voor de straal van de cirkel kon de afstand tussen M en E (of F) genomen worden. Lijn AC kon opgesteld worden volgens het stappenplan 'Lijn opstellen' uit het blok 'Lijnen' van de uitleg 'Meetkunde 1'. Vervolgens kon de cirkel met de lijn gesneden worden door substitutie van de lijn in de cirkel zoals behandeld tijdens het gedeelte over 'Snijpunten bij cirkels' in de uitleg 'Meetkunde 1'. Met het snijden van de cirkel en de lijn is punt D gevonden. Vervolgens kon lijn DF worden opgesteld met het stappenplan 'Lijn opstellen' van het blok 'Lijnen' uit de uitleg 'Meetkunde 1'. Door de lijn DF te snijden met de y-as kon punt P gevonden worden en dus ook de juiste waarde van p.
7	17	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het stappenplan 'Horizontale asymptoot' van de uitleg 'Limieten' kon gebruikt worden. Aangezien aangegeven werd dat er twee horizontale asymptoten zijn kon de limiet naar oneindig en -oneindig worden uitgerekend.
	18	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Bij de uitleg 'Integreren' is bij 'Wat is het' een definitie gegeven van integreren die hier gebruikt kon worden. De primitieve kon gedifferentieerd worden. Als daar dan de functie f uit komt is het inderdaad een primitieve. om te laten zien dat de functies inderdaad hetzelfde zijn kon het blok 'Omschrijven' van de uitleg 'Examenvaardigheden' gebruikt worden.
	19	4	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Het signaalwoord 'Oppervlakte' verwees naar het stappenplan 'Oppervlakte 1 grafiek' van de uitleg 'Integreren'. De primitieve van f was al gegeven in de vorige vraag en kon hier dus worden gebruikt. De extra denkstap bij deze opgave was het inzien dat $\ln(e^a) = a$. Hieruit volgde dat $\ln(e^a + 1)$ groter is dan $\ln(e^a)$ en dus ook groter dan a. Hierdoor was het eerste deel van de oppervlakte (F(a)) sowieso kleiner dan 0 en was dus de hele oppervlakte kleiner dan $\ln(2)$.
		76		

verdeling per categorie:

categorie	aantal punten	percentage
I	3	4%
II	54	71%
III	18	24%
IV	1	1%
	76	100%

In hoeverre was het examen te maken met behulp van de op de cursus opgedane kennis & vaardigheden?

Dit gold voor: 99% van de vragen (namelijk categorie I, II en III).

Bijlage 1: Toelichting categorieën

Categorie I: Algemene (niet vak gerelateerde) kennis & vaardigheden

Dit betreft de volgende vragen: vragen waarbij een beroep wordt gedaan op algemene kennis & vaardigheden. Dit zijn kennis & vaardigheden die niet zijn opgenomen in de eindtermen in de syllabus.

Categorie II: alleen-kennis/aanpak-uit-de-cursus-vraag

Dit betreft de volgende vragen:

- Vragen die letterlijk voorkomen in de uitleg (in de uitleg of in een klassikaal voorbeeld);
- Vragen die letterlijk met een stappenplan op te lossen zijn;
- Vragen die vergelijkbaar zijn met opgaven uit de opgavenbundel die vrijwel altijd worden opgegeven door de hoofddocent;
- Theorievragen die niet worden behandeld op de cursus, maar die we je van tevoren via de vakkenpagina geadviseerd hebben te leren (uit bijv. Samengevat);
- Vragen die vergelijkbaar zijn met vragen uit de voorbereidende opgaven.

Categorie III: een-stapje-extra-vraag

Dit betreffen vragen waarbij je, de naam zegt het al, een stapje extra moet zetten. Oftewel: je moest je kennis en vaardigheden behandeld tijdens de cursus combineren met een stukje 'inzicht'. Bijvoorbeeld:

- Je moet net even buiten het stappenplan om denken;
- Je moet informatie uit de tekst halen om een bepaalde variabele voor een formule of berekening uit te rekenen.

Categorie IV: niet voorgekomen op de cursus

Dit betreft de volgende vragen:

- Vragen over grotebakstof (examenstof die niet behandeld is tijdens de cursus). De stof is niet voorkomen in de standaard opgegeven opgaven, de voorbereidende opgaven of opgegeven stof op de vakkenpagina.
- Vragen waarvan je redelijkerwijs niet kon vaststellen dat het om een op de cursus behandeld concept in een andere context gaat.