Voorbereidende opgaven Examencursus Wiskunde B vwo

Tips:

- Maak de volgende opgaven voorin in één van de A4-schriften die je gaat gebruiken tijdens de cursus.
- Als een som niet lukt, kijk dan even achterin bij de uitleg en uitgewerkte voorbeelden en werk hem dan uit tot waar je kunt en laat het voor de rest rusten.
- Je mag je Grafische Rekenmachine niet gebruiken.

Opgave 1
Herleid:

a. $-5\cdot\left(x^2-3x+6\right)$
b. $(x+1)^2$
c. $(x-1)^2$
d. $(2\cdot x+x)\cdot x$
e. $-2(6x-4)^2\cdot x$
f. $(4x+5)\cdot-(5-4x)$

Opgave 2
Vereenvoudig zo ver mogelijk en schrijf **zonder** gebroken of negatieve exponenten:

a. $(a^2b^{-1})^3(ab^2)$
b. $a^3\cdot b^2\cdot a^3$
c. a^5+a^3
d. a^2+a^2
e. $4b^{-2}$
f. $(4b)^{-2}$
g. $x^{1\frac{1}{3}}$
h. $x^{-\frac{1}{3}}$
i. $x^{-1\frac{1}{2}}$
j. $x^{-\frac{2}{3}}$

en schrijf **met** of negatieve exponenten:

k. $x^2\sqrt{x}$
l. $\sqrt[7]{x^3}$
m. $\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$
n. $\dfrac{1}{x\sqrt[5]{x^2}}$

Opgave 3
Herleid:

a. $\sqrt{\frac{1}{x}}\sqrt{2x}$
b. $\dfrac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$

Opgave 4
Reken uit:

a. $\dfrac{2}{15}+\dfrac{1}{4}$
b. $\dfrac{2}{7}-\dfrac{4}{11}$
c. $2\cdot\dfrac{3}{5}$
d. $\dfrac{7}{3}\cdot\dfrac{3}{5}$
e. $2\div\dfrac{2}{5}$
f. $\dfrac{3}{4}\div\dfrac{5}{6}$

Opgave 5
Schrijf in losse termen:

a. $-\dfrac{x^2+3x}{\sqrt{x}}$

b. $\dfrac{x^2-1}{x+1}$

c. $\dfrac{x+1}{x}\cdot\dfrac{1}{x^2}$

d. $\dfrac{x+1}{x}\div\dfrac{x^2}{1}$

Opgave 6
Zijn de volgende versimpelingen waar of onwaar?

a. $\dfrac{\left(2p^2\right)^4}{2p\cdot 3p^7}=\dfrac{8}{3}$

b. $a\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^2-a\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^2=\dfrac{2a}{n}$

c. $2(2x)^2=4x^2$

d. $\dfrac{\sqrt{x^3+x^2}}{\sqrt{x^2}}=\sqrt{x+1}$

e. $\sqrt{8x^3}=4x\sqrt{2x}$

f. $\dfrac{x}{x^2+x}=\dfrac{1}{x}+1$

Opgave 7
Geef *alle* oplossingen van de volgende vergelijkingen. Doe dit zonder je GR.

a. $x^4=16$

b. $x^4=-16$

c. $x^3=8$

d. $x^3=-8$

Opgave 8
Druk p uit in q:

a. $pq=2$

b. $q=\dfrac{2}{\sqrt[3]{p}}+4$

c. $q=\sqrt{p^2+1}$

d. $q=\dfrac{p}{1-p}$

Opgave 9
Bepaal a en b:

a. $\begin{cases} a+b=5 \\ 3a-2b=5 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2a-b=10 \\ 3a+2b=22 \end{cases}$

Opgave 10

a. Toon aan dat $f(x)=2x^4+x^2+4$ lijnsymmetrisch is ten opzichte van de y-as.

b. Toon aan dat $g(x)=x^3+5$ niet puntsymmetrisch is ten opzichte van de oorsprong.

Opgave 11 – bonusopgave
Bepaal a en b:

a. $\dfrac{3x+7}{(x+2)(x+3)}=\dfrac{a}{x+2}+\dfrac{b}{x+3}$

b. $\dfrac{46+3x}{(x+2)\cdot 8}=\dfrac{a}{x+2}+\dfrac{b}{8}$

Beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden

a. Haakjes

Wanneer haakjes?
In de volgende twee gevallen heb je haakjes nodig:

- $A-(B\pm C)$

  vb: $10-(4+2)\neq 10-4+2$
- $A\cdot(B\pm C)$

  vb: $10\cdot(4+2)\neq 10\cdot 4+2$

Als dingen alleen met elkaar worden vermenigvuldigd, heb je geen haakjes nodig, dus:
vb: $x(2a)=x2a=2xa=2ax$

Haakjes uitwerken

vb: $-x(x^2+4)=-x\cdot x^2-x\cdot 4=-x^3-4x$

vb: $(x-2)(x+3)=x\cdot x+x\cdot 3-2\cdot x-2\cdot 3=x^2+x-6$

Pas op voor de volgende veelgemaakte fout:
vb: $x(2a)\neq x\cdot 2\cdot x\cdot a$

b. Machten

regel	voorbeeld
$a^b\cdot a^c=a^{b+c}$	$x^3\cdot x^2=x^{3+2}=x^5$
$\dfrac{a^b}{a^c}=a^{b-c}$	$\dfrac{x^3}{x^2}=x^{3-2}=x$
$(a^b)^c=a^{b\cdot c}$	$(x^3)^2=(x^2)^3=x^{2\cdot 3}=x^6$
$(ab)^c=a^cb^c$	$(2x)^2=2^2x^2=4x^2$
$a^{-b}=\dfrac{1}{a^b}$	$x^{-3}=\dfrac{1}{x^3}$
$\sqrt[c]{a^b}=a^{\frac{b}{c}}$	$\sqrt{x}=\sqrt[2]{x^1}=x^{\frac{1}{2}}$

c. Wortels

- $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$

  vb: $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}=2\sqrt{2}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

  vb: $\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}=\dfrac{1}{2}$

- $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$!!!!

  vb: $\sqrt{25} = \sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$!!!!

d. Breuken

Breuk = $\dfrac{teller}{noemer}$.

Vermenigvuldigen

Teller x teller, noemer x noemer.

vb: $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{5}{7} = \dfrac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \dfrac{10}{21}$

Delen

Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde.

vb: $\dfrac{2}{3} / \dfrac{5}{7} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{7}{5} = \dfrac{14}{15}$

Optellen

Noemers gelijk maken. Dit doe je door beide breuken op een speciale manier met 1 te vermenigvuldigen, namelijk boven en onder keer de noemer van de andere breuk.

vb: $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4}{4} + \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{3}{3} = \dfrac{4}{12} + \dfrac{3}{12} = \dfrac{7}{12}$

vb: $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{x} = \dfrac{1}{x+1} \cdot \dfrac{x}{x} + \dfrac{2}{x} \cdot \dfrac{x+1}{x+1} = \dfrac{x}{x(x+1)} + \dfrac{2(x+1)}{x(x+1)} = \dfrac{3x+1}{x(x+1)}$

Vereenvoudigen

- $\dfrac{ab}{ac} = \dfrac{a}{a} \cdot \dfrac{b}{c} = 1 \cdot \dfrac{b}{c} = \dfrac{b}{c}$

  vb: $\dfrac{x(x+1)}{x(x+2)} = \dfrac{x+1}{x+2}$

- $\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c}$

  vb: $\dfrac{x^2+x}{x} = \dfrac{x^2}{x} + \dfrac{x}{x} = x+1$

Let op:

- $\dfrac{a}{b+c} \neq \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$

  vb: $\dfrac{x}{x+1} \neq \dfrac{x}{x} + \dfrac{x}{1}$

e. Omschrijven

Als gegeven is: A = ‘iets met B’, kan het voorkomen dat je B moet uitdrukken in A. Dat betekent dat je moet zorgen voor: B = ‘iets met A’.

Stappenplan omschrijven

1) Haal alle termen met B links, alle andere termen naar rechts

2) Isoleer B door aan beide kanten omgekeerde bewerkingen uit te voeren.

Omgekeerde bewerkingen zijn ‘plus en min’, ‘keer en gedeeld door’, ‘kwadraat en wortel’ enz.

vb: $a^2 + \frac{1}{2}b^3 = a - 4$, druk b uit in a

1) $\frac{1}{2}b^3 = a - 4 - a^2$ termen met b naar links, met a naar rechts

2) $b^3 = 2(a - 4 - a^2)$ werk ½ weg: vermenigvuldig aan beide kanten met 2

$b = \sqrt[3]{2(a - 4 - a^2)}$ omgekeerde van ^{3} is $\sqrt[3]{\ }$

Voor twee speciale gevallen is er een extra stap nodig:

- B in noemer van breuk --> kruislings vermenigvuldigen
- B in meerdere termen --> buiten haakjes halen

vb: $a = \frac{1}{b+2}$, druk b uit in a

b staat in de noemer, dus kruislings vermenigvuldigen:

$\frac{a}{1} = \frac{1}{b+2}$

$a(b+2) = 1 \cdot 1$

$ab + 2a = 1$

1) $ab = 1 - 2a$

2) $b = \frac{1-2a}{a}$ aan beide kanten delen door a

vb: $2b = ab + 3$, druk b uit in a

1) $2b - ab = 3$

b staat in meerdere termen, dus buiten haakjes halen:

$b(2-a) = 3$

2) $b = \frac{3}{2-a}$ aan beide kanten delen door 2-a

f. Stelsels van vergelijkingen

Er zijn twee methoden voor het oplossen van een stelsel van vergelijkingen. Het is voldoende als je één van beide beheerst.

Substitutie (‘vervangen’)

Aanpak: kies een letter, zeg A, en druk die uit in de andere letter, zeg B, met behulp van een van de vergelijkingen (zie ‘omschrijven’). Vul de zo gevonden uitdrukking van A vervolgens in in de tweede vergelijking en los verder op.

vb: $\begin{cases} a + b = 14 & (1) \\ 8a + 6b = 100 & (2) \end{cases}$

Druk a uit in b met behulp van (1):

$a = 14 - b$

Substitueer dit vervolgens in (2):

$$8(14-b)+6b=100$$
$$112-8b+6b=100$$
$$-2b=-12$$
$$b=6$$

Bepaal nu a met behulp van de eerder gevonden uitdrukking:

$$a=14-b=14-6=8$$

Dus a = 8 en b = 6.

Optellen/aftrekken

Zorg dat je van een letter afkomt door de ene vergelijking een geschikt aantal keer van de andere af te trekken.

vb: $\begin{cases} a+b=14 & (1) \\ 8a+6b=100 & (2) \end{cases}$

In vergelijking (2) komt b zes keer voor. We kunnen dus van b afkomen door (1) zes keer van (2) af te trekken: (2) – 6·(1). Dit geeft:

$$8a+6b=100$$
$$\underline{6a+6b=84}\ -$$
$$2a=16$$

Delen door 2 geeft: a = 8. Dit vervolgens invullen in (1) geeft:

$$8+b=14$$

Dus b = 6.

g. Breuksplitsen

Soms is het nodig voor integreren om een breuk te schrijven als de som van twee breuken. Dit gaat met het volgende stappenplan:

Stappenplan breuksplitsen

1) Tel de twee breuken bij elkaar op
2) Stel de tellers aan elkaar gelijk
3) Stelsel oplossen (zie f)

vb: bepaal a en b

$$\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)}=\frac{a}{x+6}+\frac{b}{x+8}$$

1) $$\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)}=\frac{a}{x+6}\cdot\frac{x+8}{x+8}+\frac{b}{x+8}\cdot\frac{x+6}{x+6}$$
$$\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)}=\frac{a(x+8)+b(x+6)}{(x+6)(x+8)}$$
$$\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)}=\frac{(a+b)x+8a+6b}{(x+6)(x+8)}$$

2) $14x+100=(a+b)x+8a+6b$, dus:
$a+b=14$ en $8a+6b=100$

3) Zie onderdeel f.

h. Lijn- en puntsymmetrie
Een functie f is *lijnsymmetrisch ten opzichte van de y-as* als geldt:
$f(x) = f(-x)$.

<u>vb</u>: $f(x) = x^2$
$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$, dus f is lijnsymmetrisch tov de y-as.

Een functie f is *puntsymmetrisch ten opzichte van* (0,0) als geldt:
$f(x) = -f(-x)$.

<u>vb</u>: $f(x) = x^3$
$-f(-x) = -(-x)^3 = --x^3 = x^3 = f(x)$, dus f is puntsymmetrisch tov (0,0).

Universiteit Leiden

SSL
Stichting Studiebegeleiding Leiden

Dit leer ik uit mijn hoofd voor het examen

Tip: kijk ook de uitleg die bij het huiswerk zat nog eens door!

abc-formule

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

D > 0 geeft 2 opl.
D = 0 geeft 1 opl.
D < 0 geeft 0 opl.

Machten

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$\left(x^a\right)^b = \left(x^b\right)^a = x^{a \cdot b}$$

$$(ab)^c = a^c b^c$$

Logaritmen

$$\ln = {}^{e}\log \text{ en } \ln e = 1$$

$${}^{g}\log(a) + {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log(a \cdot b)$$

$${}^{g}\log(a) - {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$b \cdot {}^{g}\log(a) = {}^{g}\log\left(a^b\right)$$

$${}^{a}\log(a) = 1$$

$${}^{a}\log(1) = 0$$

$${}^{a}\log(b) = \frac{{}^{g}\log(b)}{{}^{g}\log(a)}$$

Differentiëren

f	*f'*
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
a^x	$a^x \cdot \ln(a)$
${}^{a}\log(x)$	$\frac{1}{x\ln(a)}$
e^x	e^x

f	*f'*
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$

$$h = f \cdot g$$

$$h' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$f = \frac{T}{N}$$

$$f' = \frac{NaT - TaN}{N^2}$$

Integreren

f	*F*
e^x	e^x
$\frac{1}{x}$	$\ln\|x\|$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$

Booglengte:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\,dx$$

Goniometrie

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$$

$$\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$$

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(x) = \cos\left(\tfrac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\cos(x) = \sin\left(\tfrac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

GPV

$$helling = \frac{y'(t)}{x'(t)}$$

e is een getal!