

Examenverslag van wiskunde A vwo, tweede tijdvak (2023)

Beste leerling,

In dit examenverslag voor leerlingen proberen we een zo goed mogelijk antwoord te geven op de volgende vraag:

In hoeverre was het examen te maken met behulp van de op de cursus behandelde kennis & vaardigheden?

Om een zo duidelijk mogelijk verslag te maken, hebben we de vragen onderverdeeld in 4 categorieën.

- I. Algemene (niet vak gerelateerde) kennis & vaardigheden
- II. Alleen-kennis/aanpak-uit-de-cursus-vraag
- III. Een-stapje-extra-vraag.
- IV. Niet voorgekomen in de cursus

De eerste categorie doet een beroep op algemene basisvaardigheden, welke we bekend veronderstellen. Categorie II en III zijn vragen die op te lossen zijn met de kennis en vaardigheden die je op de cursus geleerd hebt. De laatste categorie vragen is op de cursus niet aan bod gekomen. In *bijlage 1*, achteraan dit document, vind je een nadere toelichting van deze categorieën.

Het is belangrijk om te beseffen dat deze categorieën niets zeggen over de moeilijkheidsgraad van een vraag. Een vraag die rechtstreeks op te lossen valt met kennis en vaardigheden uit de cursus (categorie II) kan best een pittigere opgave zijn dan een vraag die niet is voorgekomen tijdens de cursus (categorie IV).

Mocht je vragen of opmerkingen hebben naar aanleiding van dit examenverslag, dan horen we dit uiteraard heel graag! Je mag ons hier altijd over mailen op info@sslleiden.nl.

Met vriendelijke groet,

Hans Huibregtse



opgave	vraag	aantal punten	categorie vraag	toelichting categorie keuze:
1	1	2	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het einddoel bij deze vraag was het berekenen van de totale herbouwkosten. Hiervoor had je twee gegevens nodig: de kosten per vierkante meter vloeroppervlak, en het totale vloeroppervlak. Dat tweede was gegeven in de vraag. Dat eerste kon je berekenen met de formule voor H(twee), met behulp van het stappenplan 'Algebra: letter berekenen'. Bij stap 1 kon je dan voor V 180 invullen. Bij stap 2 kon je vervolgens je rekenscherf gebruiken, aangezien je een alleenstaande letter wilde berekenen. Als laatste stap kon je dan deze kosten vermenigvuldigen met het totale vloeroppervlak om antwoord te geven op de vraag.
	2	2	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'lineair' kon je herkennen dat je het stappenplan 'Lineaire functies' uit de voorbereidende opgaven kon gebruiken. Met de punten die in de tabel gegeven waren, kon je de formule voor H(portiek) opstellen.
		3	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? De extra denkstap die je bij deze vraag kon zetten, was bedenken dat het voor de formule van de totale herbouwkosten nodig was om deze lineaire formule nog te vermenigvuldigen met V. Dit was hetzelfde als bij vraag 1, maar dan met letters/formules in plaats van getallen. Aan het signaalwoord 'Bereken' kon je herkennen dat je het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' kon gebruiken om verder antwoord te geven op de vraag. Bij stap 2 kon je optie Max gebruiken, aangezien er werd gevraagd naar de 'maximale herbouwkosten'. Hiermee kon je tot slot antwoord geven op de vraag.
	3	1	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'Bereken' in combinatie met het feit dat er een formule stond, kon je herkennen dat je het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' kon gebruiken. Door stap 1 van dit stappenplan uit te voeren, namelijk het invullen van de gegeven getallen in de formule, kon je het eerste scorepunt halen.
		3	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? De extra denkstap die je bij deze vraag kon zetten, was bedenken dat je deze twee formules vervolgens kon combineren om b en g te berekenen. Het was hiervoor nodig om één van de formules om te schrijven tot de vorm $b = \dots$, zodat deze ingevuld kon worden in de andere formule. Vervolgens kon je met het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' de g berekenen. De gevonden waarde van g kon je daarna invullen in één van de eerdere formules, om tot slot met het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' de b te berekenen.
	4	4	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'Bereken' in combinatie met het feit dat er een formule stond, kon je herkennen dat je het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' kon gebruiken. Aangezien er in de vraag werd genoemd dat de herbouwkosten van een twee-onder-een-kapwoning lager waren dan die van een hoekwoning, kon je bedenken dat je bij stap 1 van het stappenplan op de plek van H(hoek) de formule voor H(twee) kon invullen (je kon ze aan elkaar gelijkstellen). Aangezien de V in de formule stond, kon je weten dat je bij stap 2 optie Intersect kon gebruiken om de waarden van V te berekenen. Je kon dan in je GR zien dat de gevraagde waarden hiertussen lagen (en niet hierbuiten). Deze vaardigheid heb je tijdens de cursus ook kunnen oefenen (bijvoorbeeld opgave 23 en 32 uit de opgavenbundel).



5	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'herleiden' / 'herleiding' in combinatie met het feit dat er een formule stond, kon je herkennen dat je het stappenplan 'Algebra: omschrijven' kon gebruiken. Bij stap 1 waren de begin- en eindformule respectievelijk de eerste en tweede formule die gegeven waren boven de vraag. H(hoek) was hier de omcirkelde letter. Aangezien er geen letters in de beginformule stonden die niet in de eindformule stonden, kon je weten dat je stap 2 kon overslaan. Bij stap 3 kon je zien dat je direct de rekenregels kon gebruiken, aangezien de omcirkelde letter H(hoek) al vrij stond. Je kon van de spiekbrief bij de categorie 'Machten' de eerste rekenregel gebruiken (Vermenigvuldigen), en vervolgens de derde rekenregel (Haakjes, de eerste regel). Beiden rekenregels kon je hier de andere kant op gebruiken, dus van rechts naar links. Hiermee kwam je op waarden voor b en g uit.	
	6	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'afgeleiden' kon je herkennen dat je de aantekeningen van 'Differentiëren' kon gebruiken. Aan het feit dat de formule een exponent had (e^{iets}), met een functie in de exponent, kon je herkennen dat je de kettingregel kon gebruiken. De exponent werd dan in de afgeleide ook nog vermenigvuldigd met het getal dat in beide formules voor de V stond. Bij beide formules viel het losse getal in de afgeleide weg, volgens de examentip. Vervolgens werd er gevraagd om een schets van de afgeleiden. Omdat gegeven was dat V tussen 30 en 250 in zat, was het de bedoeling om een schets te maken op dat interval.
	1	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? De extra denkstap die je bij deze vraag kon zetten, was bedenken dat de afname bij H(hoek) groter was dan bij H(tussen), aangezien die afgeleide het meest negatief was. Hiervoor kon je de kennis gebruiken uit de tabel bij 'Differentiëren: stijgen/dalen'; deze tabel gaf namelijk aan dat een negatieve afgeleide een dalende functie betekent. Hiermee kon je beredeneren dat een nog negatievere afgeleide een nog sterker dalende functie zou betekenen.	
2	7	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'rij' in combinatie met de rijen-notatie kon je herkennen dat je de aantekeningen van 'Rijen' kon gebruiken. Er werd hier gevraagd om te bepalen na hoeveel jaar een bepaald aantal werd bereikt. Hieruit kon je afleiden dat je de aanpak 'Rij doorrekenen' kon gebruiken. Onder de formule voor model 1 was te lezen dat bij de maximale populatie een waarde van 1 hoorde. Je kon dus berekenen na hoeveel jaar P gelijk was aan 1. Hiervoor kon je volgens de aanpak een tabel maken met daarin t in jaren en P. Op deze manier kon je het antwoord vinden op de vraag.
	8	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan de rijen-notatie kon je herkennen dat je de aantekeningen van 'Rijen' kon gebruiken. Er werd hier gevraagd om te bepalen hoeveel edelherten er in twee jaar bij zouden komen. Hieruit kon je afleiden dat je de aanpak 'Rij doorrekenen' kon gebruiken. Je kon een tabel maken met $t = 0$, $t = 1$ en $t = 2$, en hiermee bepalen dat P na twee jaar gelijk was aan 0,329. Aangezien dit een fractie was, kon je hiervan ook een percentage maken (32,9%). Je kon dan met een kruistabel het aantal edelherten in 2023 en in 2021 (25%) berekenen. Met deze informatie kon je tot slot antwoord geven op de vraag.
	9	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het gebrek aan signaalwoorden kon je herkennen dat je deze vraag met enkel het stappenplan 'Structureren' kon oplossen. Om het einddoel te behalen (uitleggen waarom $P(n)$ altijd naar 0 nadert) had je drie gegevens nodig, namelijk: wat er gebeurde met r, met $P(n-1)$, en met $1-P(n-1)$. Dat eerste stond in de vraag; die andere twee gegevens kon je bedenken door vanuit de tekst te redeneren. Hiermee kon je vervolgens antwoord geven op de vraag.



	10	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan de rijen-notatie kon je herkennen dat je de aantekeningen van 'Rijen' kon gebruiken. Er werd hier gevraagd om te bepalen tussen welke waarden $P(n)$ heen en weer zou gaan springen. Hieruit kon je afleiden dat je de aanpak 'Rij doorrekenen' kon gebruiken. Je kon een tabel maken met daarin de verschillende waarden van P . Hieruit kon je opmaken tussen welke twee waarden $P(n)$ zou afwisselen. Hiermee kon je vervolgens antwoord geven op de vraag.
3	11	2	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het gebrek aan signaalwoorden kon je herkennen dat je deze vraag met enkel het stappenplan 'Structureren' kon oplossen. Om het einddoel te behalen (percentage unieke woorden in de eerste twee zinnen berekenen) kon je een kruistabel gebruiken, met de 100% bij het totaal aantal woorden (T). Hiermee kon je antwoord geven op de vraag.
	12	5	IV	Niet voorgekomen op de cursus: Voor deze vraag was het nodig om logaritmisch papier af te lezen. Het berekenen van de exacte waarde op de logaritmische schaal wordt als grotebakstof beschouwd.
	13	2	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het gebrek aan signaalwoorden kon je herkennen dat je deze vraag met enkel het stappenplan 'Structureren' kon oplossen. Om het einddoel te behalen (nagaan of de tekst voldoet aan de wet van Herdan-Heap) was het nodig om logaritmisch papier af te lezen. Dit hebben we besproken tijdens de uitleg 'Exponentiële functies: logaritmisch papier'. Je kon in figuur 2 zien dat waarden links van $\log(T) = 4$ niet aan de wet voldeden. Aangezien $7432 < 10.000 (= 10^4)$, kon je concluderen dat de tekst niet aan de wet voldeed.
	14	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Er werd gevraagd naar het aantal unieke woorden (U) bij een totaal aantal woorden van 1.000.000 (T). Hiervoor kon je het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' gebruiken. Bij stap 1 kon je voor $T = 1.000.000$ invullen. Aangezien de gevraagde letter U in de formule stond, kon je voor stap 2 optie Intersect gebruiken om U te berekenen en hiermee antwoord te geven op de vraag.
	15	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'herleiding' in combinatie met het feit dat er een formule stond, kon je herkennen dat je het stappenplan 'Algebra: omschrijven' kon gebruiken. Bij stap 1 was de beginformule $\log(U) = \dots$, en was de eindformule $U = \dots$, waarbij U de omcirkelde letter was. Aangezien er geen letters in de beginformule stonden die niet in de eindformule stonden, kon je stap 2 overslaan. Aangezien je omcirkelde letter in een logaritme stond, kon je weten dat je de 'Exponenten & Logaritmentool' kon gebruiken. Je kon dit dan met het schema omschrijven naar 10^{\dots} aan de andere kant van de '='. Aangezien de omcirkelde letter nu vrij stond, kon je weten dat je de rekenregels kon gebruiken. De '+' in de macht kon je weghalen door de eerste rekenregel van de categorie 'Machten' op de spiekbrieff te gebruiken (Vermenigvuldigen). Zodra je $10^{1,64}$ in je rekenmachine zette, kwam je op de juiste waarde van c uit.
		1	IV	Niet voorgekomen op de cursus: De rekenregel om $10^{\log(T^{0,49})}$ om te schrijven naar $T^{0,49}$ is niet tijdens de cursus voorgekomen, omdat dit als grotebakstof wordt beschouwd.



	16	4	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Aan het signaalwoord 'Onderzoek' in combinatie met het feit dat er een formule stond, kon je herkennen dat je het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' kon gebruiken. Het was hier nodig om eerst zelf een formule op te stellen voor het aantal unieke woorden per 50 woorden in totaal. Dit hebben we op de cursus als examentip bij stap 1 besproken. Ook heb je hier tijdens de cursus mee kunnen oefenen (bijvoorbeeld opgaven 25, 33 en 34 uit de opgavenbundel). De extra denkstap die je bij deze vraag kon zetten, was bedenken dat je één formule met T ingevuld en dezelfde formule met T+50 ingevuld, met elkaar kon combineren. Zodra je deze formule had opgesteld, kon je voor het aantal unieke woorden 1 invullen bij stap 1, en bij stap 2 optie Intersect gebruiken om de T te berekenen en daarmee antwoord te geven op de vraag.
4	17	3	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Aan het signaalwoord 'Bereken hoeveel verschillende' kon je herkennen dat je het stappenplan 'Combinatoriek' kon gebruiken. De extra denkstap die je bij deze vraag kon zetten, was bedenken dat je het aantal mogelijkheden in twee stappen kon berekenen; eerst het aantal mogelijke attracties, en vervolgens op hoeveel manieren deze gerangschikt zouden kunnen worden. De London Eye stond vast, maar voor de andere twee attracties kon je het schema doorlopen ($n = 5$, $k = 2$). Je kon een gekozen niet nog een keer kiezen, en als je twee gekozenen omwisselde maakte het (nu nog niet) uit, dus je kwam uit op $5 \text{ nCr } 2 = 10$ mogelijkheden. Voor elk van deze 10 mogelijke combinaties van drie attracties had je verschillende mogelijke volgorden ($n = 3$, $k = 3$). Als je twee gekozenen omwisselde maakte het nu wel uit, dus je kwam uit op $3 \text{ nPr } 3 = 6$. Dit kon je dus nog vermenigvuldigen met 10 om antwoord te geven op de vraag.
	18	2	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan de vorm van de grafiek in combinatie met de notatie van de formule kon je herkennen dat je het stappenplan 'Sinus' kon gebruiken. Het was hiervoor belangrijk om een schets te maken van de gondel die zich om 11.00 uur bij in het laagste punt bevond; het dal van de sinusfunctie zat dus bij $t = 0$ (stap 2). Om de d te berekenen, kon je de formule van stap 3 gebruiken: $d = X(\text{dal}) + 1/4 * \text{periode}$. Aangezien de periode gelijk was aan 30 minuten (dit stond boven de figuur), kon je de d berekenen en hiermee antwoord geven op de vraag.
	19	5	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? De extra denkstap die je bij deze vraag kon zetten, was bedenken dat de maximale snelheid van de sinusgrafiek het punt is waarin deze door de evenwichtsstand gaat. Vanaf daar kon je je GR gebruiken om deze snelheid te berekenen. Het gebruik van je GR wordt hierbij als voorkennis beschouwd. Vervolgens kon je dit nog omrekenen naar km/uur om antwoord te geven op de vraag.
	20	5	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het signaalwoord 'Bereken' in combinatie met het feit dat er een formule stond, kon je herkennen dat je het stappenplan 'Algebra: letter berekenen' kon gebruiken. Je kon de hoogte h bepalen door voor a de kijkafstand in te vullen bij stap 1. Hierbij was de examentip belangrijk om op eenheden te letten, aangezien de kijkafstand in kilometers was gegeven. Aangezien de h in de formule stond, kon je bij stap 2 optie Intersect gebruiken om deze te berekenen. Om antwoord te geven op de vraag, was het nodig om te bepalen hoeveel minuten de London Eye boven deze berekende hoogte uitkwam. Hiervoor kon je de hoogte invullen in de sinusfunctie en optie Intersect gebruiken om de waarden van t te vinden. Deze kon je vervolgens van elkaar afhalen om de gevraagde tijd te berekenen (dit kwam overeen met bijvoorbeeld opgave 23 en 32 uit de bundel).



5	21	7	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Aan het gebrek aan signaalwoorden kon je herkennen dat je deze vraag met enkel het stappenplan 'Structureren' kon oplossen. Om het schema te maken waarnaar werd gevraagd, was het nodig om voor elk mogelijk aantal reisdagen de kosten per abonnement te bepalen. Voor deze kosten per dag had je twee gegevens nodig: de standaardkosten per abonnement (bovenste rij van de gegeven tabel), en de kosten van de reizen. Voor dat tweede was het nodig om het bedrag met en zonder korting te bepalen, afhankelijk van de vertrektijden en of dit wel of niet in de spits was. Voor het omrekenen hiervan kon je een kruistabel gebruiken. Je kon hierna voor elk aantal reisdagen een tabel maken van de verschillende abonnementen, om te bepalen welke de goedkoopste optie was.
		76		

verdeling per categorie:

categorie	aantal punten	percentage
I	0	0%
II	51	67%
III	19	25%
IV	6	8%
	76	100%

In hoeverre was het examen te maken met behulp van de op de cursus opgedane kennis & vaardigheden?

Dit gold voor: 92% van de vragen (namelijk categorie I, II en III).

Bijlage 1: Toelichting categorieën

Categorie I: Algemene (niet vak gerelateerde) kennis & vaardigheden

Dit betreft de volgende vragen: vragen waarbij een beroep wordt gedaan op algemene kennis & vaardigheden. Dit zijn kennis & vaardigheden die niet zijn opgenomen in de eindtermen in de syllabus.

Categorie II: alleen-kennis/aanpak-uit-de-cursus-vraag

Dit betreft de volgende vragen:

- Vragen die letterlijk voorkomen in de uitleg (in de uitleg of in een klassikaal voorbeeld);
- Vragen die letterlijk met een stappenplan op te lossen zijn;
- Vragen die vergelijkbaar zijn met opgaven uit de opgavenbundel die vrijwel altijd worden opgegeven door de hoofddocent;
- Theorievragen die niet worden behandeld op de cursus, maar die we je van tevoren via de vakkenpagina geadviseerd hebben te leren (uit bijv. Samengevat);
- Vragen die vergelijkbaar zijn met vragen uit de voorbereidende opgaven.

Categorie III: een-stapje-extra-vraag

Dit betreffen vragen waarbij je, de naam zegt het al, een stapje extra moet zetten. Oftewel: je moest je kennis en vaardigheden behandeld tijdens de cursus combineren met een stukje 'inzicht'. Bijvoorbeeld:

- Je moet net even buiten het stappenplan om denken;
- Je moet informatie uit de tekst halen om een bepaalde variabele voor een formule of berekening uit te rekenen.

Categorie IV: niet voorgekomen op de cursus

Dit betreft de volgende vragen:

- Vragen over grotebakstof (examenstof die niet behandeld is tijdens de cursus). De stof is niet voorkomen in de standaard opgegeven opgaven, de voorbereidende opgaven of opgegeven stof op de vakkenpagina.
- Vragen waarvan je redelijkerwijs niet kon vaststellen dat het om een op de cursus behandeld concept in een andere context gaat.