Stichting Studiebegeleiding Leiden
MEER DAN 25 JAAR ERVARING

Voorbereidende opgaven vwo

Herkansingscursus

wiskunde B

Tips:

- Maak de voorbereidende opgaven voorin in een van de A4-schriften die je gaat gebruiken tijdens de cursus.
- Als een opdracht niet lukt: geen probleem, op de cursus helpen we je verder! Werk de vraag uit tot waar je kunt en ga verder met de volgende opdracht.
- Weet je niet precies meer hoe je werkt met een bepaalde rekenregel? Bekijk dan de bijlage *Beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden* voor uitleg. (De kopjes van onderstaande opgaven komen overeen met de kopjes van de algebraïsche vaardigheden in het overzicht.)

Veel succes!

Haakjes

Werk de haakjes uit:

1 $-2(6x-4)^2 \cdot x$

Machten

Vereenvoudig zo ver mogelijk en schrijf **zonder** gebroken of negatieve exponenten:

2 $a^5 + a^3$

3 $a^2 + a^2$

4 $4b^{-2}$

5 $(4b)^{-2}$

6 $(a^2b^{-1})^3(ab^2)$

Schrijf met gebroken en/of negatieve exponenten:

7 $x^2\sqrt{x}$

8 $\dfrac{1}{x \cdot \sqrt[5]{x^2}}$

Wortels

Herleid:

9 $\sqrt{\frac{1}{x}}\sqrt{2x}$

10 $\dfrac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$

Breuken

Vereenvoudig zo ver mogelijk:

11 $\frac{3}{x^2} \div \frac{x}{7}$

12 $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$

Omschrijven

Schrijf links om tot rechts (schrijf alle tussenstappen op!):

13 $a\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 - a\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{4a}{n}$

14 $\dfrac{\sqrt{x^3+x^2}}{\sqrt{x^2}} = \sqrt{x+1}$

Even en oneven machten

15 Neem onderstaande tabel over in je schrift en vul hem in (de zinnen hoef je niet over te nemen, maar vul wel je oplossingen, wel/niet en één/twee in).

Even macht (x^2, x^4, x^6, ...)	**Oneven macht** (x^3, x^5, x^7, ...)
Een even macht heeft één/twee oplossing(en). De oplossing(en) van $x^4 = 16$ is/zijn dus:	Een oneven macht heeft één/twee oplossing(en). De oplossing(en) van $x^3 = 8$ is/zijn dus:
Een even macht kan wel/niet gelijk zijn aan een negatief getal. $x^4 = -16$ kan dus wel/niet.	Een oneven macht kan wel/niet gelijk zijn aan een negatief getal. $x^3 = -8$ kan dus wel/niet.

Uitdrukken in een andere variabele

Druk p uit in q:

16 $q = \dfrac{2}{\sqrt[3]{p}} + 4$

17 $q = \dfrac{p}{(1-p)}$

Tip: lukt dit niet, kijk dan in het beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden.

Stelsels vergelijkingen

18 Bepaal a en b, met beide een positieve waarde:

$$\begin{cases} a = b^2 - 1 \\ b = \sqrt{7-a} \end{cases}$$

Randpunten

Bereken de coördinaten van het randpunt van de volgende grafiek:

19 $g(x) = 1 - \sqrt{6-2x}$

Hoeveel tijd heb je **tot nu toe** aan de opgaven besteed?

Wat vond je van deze opgaven? $\longrightarrow$

Heel makkelijk	1	2	3	4	5	Heel moeilijk

Ter afsluiting

Je hebt de voorbereidende opgaven af, dat is een goed begin van je cursus. Om straks gericht de uitdagingen van wiskunde B aan te pakken kan je vast opschrijven welk(e) onderwerp(en) jij lastig vindt en waarom. Dit zorgt ervoor dat onze docenten jou nog gerichter kunnen helpen!

Beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden

In dit overzicht vind je de volgende vaardigheden:

Met deze vaardigheden kan extra geoefend worden met de voorbereidende opgaven en de rekenregels opgaven.

1. Voorrangsregels

Berekenen moeten in een vaste volgorde:
- Haakjes
- Machtsverheffen en worteltrekken
- Vermenigvuldigen en delen
- Optellen en aftrekken

2. Haakjes

Wanneer haakjes?
In de volgende **twee gevallen** heb je haakjes nodig:
- $A-(B\pm C)$
  vb: $10-(4+2)\neq 10-4+2$
- $A\cdot(B\pm C)$
  vb: $10\cdot(4+2)\neq 10\cdot 4+2$

Als dingen alleen met elkaar worden vermenigvuldigd, heb je **geen haakjes** nodig, dus:
vb: $x(2a)=x2a=2xa=2ax$

Haakjes uitwerken
vb: $-x(x^2+4)=-x\cdot x^2-x\cdot 4=-x^3-4x$
vb: $(x-2)(x+3)=x\cdot x+x\cdot 3-2\cdot x-2\cdot 3=x^2+x-6$

Pas op voor de veelgemaakte fout!:
vb: $x(2a)\neq x\cdot 2\cdot x\cdot a$

3. Breuken

Breuk = $\dfrac{\textit{teller}}{\textit{noemer}}$

Vermenigvuldigen
Teller × teller, noemer × noemer.
vb: $\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{5}{7}=\dfrac{2\cdot 5}{3\cdot 7}=\dfrac{10}{21}$

Delen

Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde.

vb: $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{7}{5} = \dfrac{14}{15}$

Optellen

Noemers gelijk maken. Dit doe je door beide breuken op een speciale manier met 1 te vermenigvuldigen, namelijk boven en onder keer de noemer van de andere breuk.

vb: $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4}{4} + \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{3}{3} = \dfrac{4}{12} + \dfrac{3}{12} = \dfrac{7}{12}$

vb: $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{x} = \dfrac{1}{x+1} \cdot \dfrac{x}{x} + \dfrac{2}{x} \cdot \dfrac{x+1}{x+1} = \dfrac{x}{x(x+1)} + \dfrac{2(x+1)}{x(x+1)} = \dfrac{3x+2}{x(x+1)}$

Vereenvoudigen

- $\dfrac{ab}{ac} = \dfrac{a}{a} \cdot \dfrac{b}{c} = \dfrac{b}{c}$

  vb: $\dfrac{x(x+1)}{x(x+2)} = \dfrac{x+1}{x+2}$
- $\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c}$

  vb: $\dfrac{x^2+x}{x} = \dfrac{x^2}{x} + \dfrac{x}{x} = x+1$

Let op!:

- $\dfrac{a}{b+c} \neq \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$

  vb: $\dfrac{x}{x+1} \neq \dfrac{x}{x} + \dfrac{x}{1}$

4. Wortels

Vermenigvuldigen

- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

  vb: $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Delen

- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

  vb: $\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \dfrac{1}{2}$

Optellen

- $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$!!!

  vb: $\sqrt{25} = \sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$!!!

5. Machten

regel	voorbeeld
$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$	$x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$
$\dfrac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$	$\dfrac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x$
$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$	$(x^3)^2 = (x^2)^3 = x^{2\cdot 3} = x^6$
$(ab)^c = a^c b^c$	$(2x)^2 = 2^2 x^2 = 4x^2$
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^c = \dfrac{a^c}{b^c}$	$\left(\dfrac{5 \cdot x}{4}\right)^2 = \dfrac{25 \cdot x^2}{16}$
$a^{-b} = \dfrac{1}{a^b}$	$x^{-3} = \dfrac{1}{x^3}$
$\sqrt[c]{a^b} = a^{\frac{b}{c}}$	$\sqrt{x} = \sqrt[2]{x^1} = x^{\frac{1}{2}}$

6. Logaritmen

regel	voorbeeld
${}^{a}\log(a) = 1$	
${}^{a}\log(1) = 0$	
$a^{{}^{a}\log(x)} = x$	
${}^{g}\log(a) + {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log(a \cdot b)$	$\log(2) + \log(5) = {}^{10}\log(2) + {}^{10}\log(5) =$ ${}^{10}\log(2 \cdot 5) = {}^{10}\log(10) = 1$
${}^{g}\log(a) - {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log\left(\dfrac{a}{b}\right)$	${}^{2}\log(6) - {}^{2}\log(3) = {}^{2}\log\left(\dfrac{6}{3}\right) = {}^{2}\log(2) = 1$
${}^{g}\log\left(a^b\right) = b \cdot {}^{g}\log(a)$	$2 \cdot {}^{3}\log(x) = {}^{3}\log\left(x^2\right)$
${}^{a}\log(b) = \dfrac{{}^{g}\log(b)}{{}^{g}\log(a)}$	${}^{3}\log(5) = \dfrac{{}^{g}\log(5)}{{}^{g}\log(3)} \approx 1{,}46$ (GR)

7. Omschrijven

Als gegeven is: A = 'iets met B', kan het voorkomen dat je B moet uitdrukken in A. Dat betekent dat je moet zorgen voor: B = 'iets met A'.

Stappenplan omschrijven

1 Haal alle termen met B links, alle andere termen naar rechts.

2 Isoleer B door aan beide kanten omgekeerde bewerkingen uit te voeren. (*Omgekeerde bewerkingen zijn 'plus en min', 'keer en gedeeld door', 'kwadraat en wortel' enz.*)

vb: $a^2 + \frac{1}{2}b^3 = a - 4$, dus b uit in a.

1	$\frac{1}{2}b^3 = a - 4 - a^2$	termen met b naar links, met a naar rechts
2	$b^3 = 2(a - 4 - a^2)$	werk $\frac{1}{2}$ weg: vermenigvuldig aan beide kanten met 2
	$b = \sqrt[3]{2(a - 4 - a^2)}$	omgekeerde van ^{3} is $\sqrt[3]{\ldots}$

Speciale gevallen:

Voor twee speciale gevallen is er een extra stap nodig:

– B in noemer van breuk → kruislings vermenigvuldigen
– B in meerdere termen → buiten haakjes halen

vb: $a = \dfrac{1}{b+2}$, dus b uit in a.

1 $\dfrac{a}{1} = \dfrac{1}{b+2}$ — b staat in de noemer, dus kruislings vermenigvuldigen

$a(b+2) = 1 \cdot 1$

$ab + 2a = 1$

$ab = 1 - 2a$

2 $b = \dfrac{1-2a}{a}$ — aan beide kanten delen door a

vb: $2b = ab + 3$, dus b uit in a.

1 $2b - ab = 3$ — b staat in meerdere termen, dus buiten haakjes halen

$b(2-a) = 3$

2 $b = \dfrac{3}{2-a}$ — aan beide kanten delen door $2 - a$

8. Stelsels van vergelijkingen

Er zijn twee methoden voor het oplossen van een stelsel van vergelijkingen, namelijk substitutie en optellen/aftrekken. Het is voldoende als je één van beide beheerst.

Substitutie ('vervangen')
Aanpak:

- Kies de makkelijkste/kortste vergelijking, pak een variabele, bijv. a, en druk die uit in de andere variabele, bijv. b (*zie 'g. Omschrijven'*).
- Vul de zo gevonden uitdrukking vervolgens in in de tweede vergelijking en los verder op.

vb: $\begin{cases} a+b=14 & (1) \\ 8a+6b=100 & (2) \end{cases}$

Druk a uit in b met behulp van (1):

$a=14-b$

Substitueer dit vervolgens in (2):

$8(14-b)+6b=100$
$112-8b+6b=100$
$-2b=-12$
$b=6$

Bepaal nu a met behulp van de eerder gevonden uitdrukking:

$a=14-b=14-6=8$

Dus $a=8$ en $b=6$.

Optellen/aftrekken
Zorg dat je van een variabele afkomt door de ene vergelijking een geschikt aantal keer van de andere af te trekken.

vb: $\begin{cases} a+b=14 & (1) \\ 8a+6b=100 & (2) \end{cases}$

In vergelijking (2) komt b zes keer voor. We kunnen van b afkomen door (1) zes keer van (2) af te trekken: dus (2) – 6·(1). Let op dat je de hele vergelijking 6 keer vermenigvuldigt, niet alleen de variabele!
Dit geeft:

$8a+6b=100$
$\underline{6a+6b=84}$
$2a=16$

Delen door 2 geeft: $a=8$. Dit vervolgens invullen in (1) geeft:

$8+b=14$

Dus $b=6$.

9. Breuksplitsen

Soms is het nodig voor integreren om een breuk te schrijven als de som van twee breuken. Dit gaat met het volgende stappenplan:

Stappenplan breuksplitsen

1 Tel de twee breuken bij elkaar op
2 Stel de tellers aan elkaar gelijk
3 Stelsel oplossen (zie vaardigheid 8)

<u>vb</u>: $\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)} = \frac{a}{x+6} + \frac{b}{x+8}$, bepaal a en b.

1 $\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)} = \frac{a}{x+6} \cdot \frac{x+8}{x+8} + \frac{b}{x+8} \cdot \frac{x+6}{x+6}$

$\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)} = \frac{a(x+8)+b(x+6)}{(x+6)(x+8)}$

$\frac{14x+100}{(x+6)(x+8)} = \frac{(a+b)x+8a+6b}{(x+6)(x+8)}$

2 $14x + 100 = (a+b)x + 8a + 6b$,

dus: $a + b = 14$ en $8a + 6b = 100$

3 Zie vaardigheid 8 voor uitwerking van voorbeeld

10. Lijn- en puntsymmetrie

Een functie f is *lijnsymmetrisch ten opzichte van de y-as* als geldt: $f(x) = f(-x)$.

<u>vb</u>: $f(x) = x^2$

$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$, dus f is lijnsymmetrisch t.o.v. de y-as.

Een functie f is *puntsymmetrisch ten opzichte van* $(0, 0)$ als geldt: $f(x) = -f(-x)$.

<u>vb</u>: $f(x) = x^3$

$-f(-x) = -(-x)^3 = - - x^3 = x^3 = f(x)$, dus f is puntsymmetrisch t.o.v. $(0, 0)$.

11. Randpunt

Een *randpunt* is het start- of eindpunt van een grafiek. Een grafiek stopt als dat wat onder de wortel staat gelijk is aan nul.

<u>vb</u>: $f(x) = 2 + \sqrt{x-4}$

$x - 4 = 0$ geeft $x = 4$. $f(4) = 2$, dus het randpunt van f bevindt zich op $(4, 2)$

