

**Tips:**

- Maak de voorbereidende opgaven voorin in een van de A4-schriften die je gaat gebruiken tijdens de cursus.
- Als een opdracht niet lukt: geen probleem, op de cursus helpen we je verder! Werk de vraag uit tot waar je kunt en ga verder met de volgende opdracht.
- Weet je niet precies meer hoe je werkt met een bepaalde rekenregel? Bekijk dan de bijlage *Beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden* voor uitleg.

Veel succes!

## Haakjes

---

Werk de haakjes uit:

- 1  $(x - 1)^2$
- 2  $-2(6x - 4)^2 \cdot x$

## Machten

---

Vereenvoudig zo ver mogelijk en schrijf **zonder** gebroken of negatieve exponenten:

- 3  $(a^2b^{-1})^3(ab^2)$
- 4  $a^5 + a^3$
- 5  $a^2 + a^2$
- 6  $4b^{-2}$
- 7  $(4b)^{-2}$

Schrijf met gebroken en/of negatieve exponenten:

- 8  $x^2\sqrt{x}$
- 9  $\frac{1}{x \cdot \sqrt[5]{x^2}}$

## Wortels

Herleid:

10  $\sqrt{\frac{1}{x}}\sqrt{2x}$

11  $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$

## Breuken

Vereenvoudig zo ver mogelijk:

12  $\frac{3}{x^2} \div \frac{x}{7}$

13  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$

## Omschrijven

Schrijf links om tot rechts (schrijf alle tussenstappen op!):

14  $a\left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 - a\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 = \frac{4a}{n}$

15  $\frac{\sqrt{x^3 + x^2}}{\sqrt{x^2}} = \sqrt{x+1}$

## Even en oneven machten

16 Neem onderstaande tabel over in je schrift en vul hem in (de zinnen hoef je niet over te nemen, maar vul wel je oplossingen, wel/niet en één/twee in).

Even macht ( $x^2, x^4, x^6, \dots$ )	Oneven macht ( $x^3, x^5, x^7, \dots$ )
Een even macht heeft één/twee oplossing(en). De oplossing(en) van $x^4 = 16$ is/zijn dus:	Een oneven macht heeft één/twee oplossing(en). De oplossing(en) van $x^3 = 8$ is/zijn dus:
Een even macht kan wel/niet gelijk zijn aan een negatief getal. $x^4 = -16$ kan dus wel/niet.	Een oneven macht kan wel/niet gelijk zijn aan een negatief getal. $x^3 = -8$ kan dus wel/niet.

## Uitdrukken in een andere variabele

---

Druk  $p$  uit in  $q$ :

$$17 \quad q = \frac{2}{\sqrt[3]{p}} + 4$$

$$18 \quad q = \frac{p}{(1-p)}$$

*Tip: lukt dit niet, kijk dan in het beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden (Bijlage 2).*

## Stelsels vergelijkingen

---

19 Bepaal  $a$  en  $b$ :

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ 3a - 2b = 5 \end{cases}$$

## Symmetrie

---

20 Toon aan dat  $f(x) = -x^5$  puntsymmetrisch is ten opzichte van  $(0,0)$ .

*Tip: lukt dit niet, kijk dan in het beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden (Bijlage 2).*

## Randpunten

---

Bereken de randpunten van de volgende grafieken:

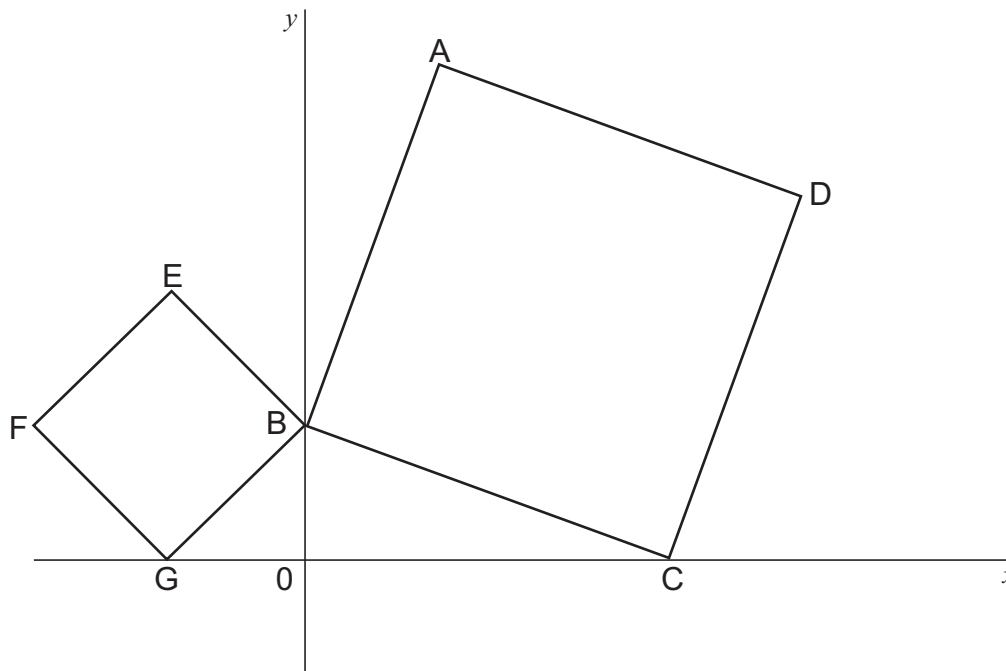
$$21 \quad f(x) = 2 + \sqrt{x-4}$$

$$22 \quad g(x) = 1 - \sqrt{6-2x}$$

*Hint: Een randpunt is het start- of eindpunt van een grafiek. Een grafiek stopt als je geen oplossingen ( $y$ -waardes) meer krijgt als je  $x$ -waardes invult. Wanneer krijg je bij een wortel geen oplossingen meer?*

## Rekenen met vectoren

figuur 1



Gegeven is figuur 1. Deze bestaat uit twee vierkanten, verbonden in  $B$ .  
Beantwoord de volgende vragen:

23 Hoe kun je de vector  $\overrightarrow{BE}$  berekenen?

- A  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE}$
- B  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OB}$
- C  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OE}$

*Hint: gebruik voor deze vraag de kopstaart- of de parallelogrammethode.*

Hoeveel tijd heb je **tot nu toe** aan de opgaven besteed?

Wat vond je van deze opgaven? → 

Heel makkelijk	1	2	3	4	5	Heel moeilijk
----------------	---	---	---	---	---	---------------

## Ter afsluiting

Je hebt de voorbereidende opgaven af, dat is een goed begin van je cursus. Om straks gericht de uitdagingen van wiskunde B aan te pakken kan je vast opschrijven welk(e) onderwerp(en) jij lastig vindt en waarom. Dit zorgt ervoor dat onze docenten jou nog gerichter kunnen helpen!

# Beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden

In dit overzicht vind je de volgende vaardigheden:

- |                    |                               |
|--------------------|-------------------------------|
| 1. Voorrangsregels | 6. Logaritmen                 |
| 2. Haakjes         | 7. Omschrijven                |
| 3. Breuken         | 8 Stelsels van vergelijkingen |
| 4. Wortels         | 9. Breuksplitsen              |
| 5. Machten         | 10. Lijn- en puntsymmetrie    |

## Voorrangsregels

---

Berekenen moeten in een vaste volgorde:

- Haakjes
- Machtsverheffen en worteltrekken
- Vermenigvuldigen en delen
- Optellen en aftrekken

## Haakjes

---

Wanneer haakjes?

In de volgende **twee gevallen** heb je haakjes nodig:

- $A - (B \pm C)$   
vb:  $10 - (4 + 2) \neq 10 - 4 + 2$
- $A \cdot (B \pm C)$   
vb:  $10 \cdot (4 + 2) \neq 10 \cdot 4 + 2$

Als dingen alleen met elkaar worden vermenigvuldigd, heb je **geen haakjes** nodig, dus:

vb:  $x(2a) = x2a = 2xa = 2ax$

Haakjes uitwerken

vb:  $-x(x^2 + 4) = -x \cdot x^2 - x \cdot 4 = -x^3 - 4x$

vb:  $(x - 2)(x + 3) = x \cdot x + x \cdot 3 - 2 \cdot x - 2 \cdot 3 = x^2 + x - 6$

Pas op voor de veelgemaakte fout!:

vb:  $x(2a) \neq x \cdot 2 \cdot x \cdot a$

## Breuken

$$\text{Breuk} = \frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$$

### Vermenigvuldigen

Teller  $\times$  teller, noemer  $\times$  noemer.

$$\text{vb: } \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

### Delen

Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde.

$$\text{vb: } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

### Optellen

Noemers gelijk maken. Dit doe je door beide breuken op een speciale manier met 1 te vermenigvuldigen, namelijk boven en onder keer de noemer van de andere breuk.

$$\text{vb: } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\text{vb: } \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x}{x} + \frac{2}{x} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \frac{x}{x(x+1)} + \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{3x+2}{x(x+1)}$$

### Vereenvoudigen

$$- \frac{ab}{ac} = \frac{a}{a} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{c} = \frac{b}{c}$$

$$\text{vb: } \frac{x(x+1)}{x(x+2)} = \frac{x+1}{x+2}$$

$$- \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$\text{vb: } \frac{x^2+x}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x} = x+1$$

Let op!:

$$- \frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$$

$$\text{vb: } \frac{x}{x+1} \neq \frac{x}{x} + \frac{x}{1}$$

## Wortels

### Vermenigvuldigen

$$- \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\text{vb: } \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

### Delen

$$- \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\text{vb: } \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

### Optellen

$$- \sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} !!!$$

$$\underline{\text{vb:}} \sqrt{25} = \sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16} !!!$$

## Machten

regel	voorbeeld
$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$	$x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$
$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$	$\frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x$
$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$	$(x^3)^2 = (x^2)^3 = x^{2 \cdot 3} = x^6$
$(ab)^c = a^c b^c$	$(2x)^2 = 2^2 x^2 = 4x^2$
$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$	$\left(\frac{5 \cdot x}{4}\right)^2 = \frac{25 \cdot x^2}{16}$
$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$	$x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
$\sqrt[c]{a^b} = a^{\frac{b}{c}}$	$\sqrt{x} = \sqrt[2]{x^1} = x^{\frac{1}{2}}$

## Logaritmen

regel	voorbeeld
${}^a\log(a) = 1$	
${}^a\log(1) = 0$	
$a^{{}^a\log(x)} = x$	
${}^s\log(a) + {}^s\log(b) = {}^s\log(a \cdot b)$	$\log(2) + \log(5) = {}^{10}\log(2) + {}^{10}\log(5) = {}^{10}\log(2 \cdot 5) = {}^{10}\log(10) = 1$
${}^s\log(a) - {}^s\log(b) = {}^s\log\left(\frac{a}{b}\right)$	${}^2\log(6) - {}^2\log(3) = {}^2\log\left(\frac{6}{3}\right) = {}^2\log(2) = 1$
${}^s\log(a^b) = b \cdot {}^s\log(a)$	$2 \cdot {}^3\log(x) = {}^3\log(x^2)$
${}^a\log(b) = \frac{{}^s\log(b)}{{}^s\log(a)}$	${}^3\log(5) = \frac{{}^s\log(5)}{{}^s\log(3)} \approx 1,46 \text{ (GR)}$

## Omschrijven

Als gegeven is:  $A = \text{'iets met B'}$ , kan het voorkomen dat je  $B$  moet uitdrukken in  $A$ . Dat betekent dat je moet zorgen voor:  $B = \text{'iets met A'}$ .

### Stappenplan omschrijven

- 1 Haal alle termen met  $B$  links, alle andere termen naar rechts.
- 2 Isoleer  $B$  door aan beide kanten omgekeerde bewerkingen uit te voeren.  
(Omgekeerde bewerkingen zijn 'plus en min', 'keer en gedeeld door', 'kwadraat en wortel' enz.)

vb:  $a^2 + \frac{1}{2}b^3 = a - 4$ , dus  $b$  uit in  $a$ .

- 1  $\frac{1}{2}b^3 = a - 4 - a^2$  termen met  $b$  naar links, met  $a$  naar rechts
- 2  $b^3 = 2(a - 4 - a^2)$  werk  $\frac{1}{2}$  weg: vermenig aan beide kanten met 2  
 $b = \sqrt[3]{2(a - 4 - a^2)}$  omgekeerde van  $^3$  is  $\sqrt[3]{\dots}$

### Speciale gevallen:

Voor twee speciale gevallen is er een extra stap nodig:

- $B$  in noemer van breuk → kruislings vermenigvuldigen
- $B$  in meerdere termen → buiten haakjes halen

vb:  $a = \frac{1}{b+2}$ , dus  $b$  uit in  $a$ .

- 1  $\frac{a}{1} = \frac{1}{b+2}$   $b$  staat in de noemer, dus kruislings vermenigvuldigen  
 $a(b+2) = 1 \cdot 1$   
 $ab + 2a = 1$   
 $ab = 1 - 2a$
- 2  $b = \frac{1-2a}{a}$  aan beide kanten delen door  $a$

vb:  $2b = ab + 3$ , dus  $b$  uit in  $a$ .

- 1  $2b - ab = 3$   $b$  staat in meerdere termen, dus buiten haakjes halen  
 $b(2 - a) = 3$
- 2  $b = \frac{3}{2-a}$  aan beide kanten delen door  $2 - a$



## Stelsels van vergelijkingen

Er zijn twee methoden voor het oplossen van een stelsel van vergelijkingen, namelijk substitutie en optellen/afrekken. Het is voldoende als je één van beide beheerst.

### Substitutie ('vervangen')

Aanpak:

- Kies de makkelijkste/kortste vergelijking, pak een variabele, bijv.  $a$ , en druk die uit in de andere variabele, bijv.  $b$  (zie 'g. Omschrijven').
- Vul de zo gevonden uitdrukking vervolgens in in de tweede vergelijking en los verder op.

$$\text{vb: } \begin{cases} a + b = 14 & (1) \\ 8a + 6b = 100 & (2) \end{cases}$$

Druk  $a$  uit in  $b$  met behulp van (1):

$$a = 14 - b$$

Substitueer dit vervolgens in (2):

$$8(14 - b) + 6b = 100$$

$$112 - 8b + 6b = 100$$

$$-2b = -12$$

$$b = 6$$

Bepaal nu  $a$  met behulp van de eerder gevonden uitdrukking:

$$a = 14 - b = 14 - 6 = 8$$

Dus  $a = 8$  en  $b = 6$ .

### Optellen/afrekken

Zorg dat je van een variabele afkomt door de ene vergelijking een geschikt aantal keer van de andere af te trekken.

$$\text{vb: } \begin{cases} a + b = 14 & (1) \\ 8a + 6b = 100 & (2) \end{cases}$$

In vergelijking (2) komt  $b$  zes keer voor. We kunnen van  $b$  afkomen door (1) zes keer van (2) af te trekken: dus  $(2) - 6 \cdot (1)$ . Let op dat je de hele vergelijking 6 keer vermenigvuldigt, niet alleen de variabele!

Dit geeft:

$$8a + 6b = 100$$

$$\underline{6a + 6b = 84}$$

$$2a = 16$$

Delen door 2 geeft:  $a = 8$ . Dit vervolgens invullen in (1) geeft:

$$8 + b = 14$$

Dus  $b = 6$ .

## Breuksplitsen

Soms is het nodig voor integreren om een breuk te schrijven als de som van twee breuken. Dit gaat met het volgende stappenplan:

### Stappenplan breuksplitsen

- 1 Tel de twee breuken bij elkaar op
- 2 Stel de tellers aan elkaar gelijk
- 3 Stelsel oplossen (zie vaardigheid 8)

vb:  $\frac{14x + 100}{(x + 6)(x + 8)} = \frac{a}{x + 6} + \frac{b}{x + 8}$ , bepaal  $a$  en  $b$ .

$$1 \quad \frac{14x + 100}{(x + 6)(x + 8)} = \frac{a}{x + 6} \cdot \frac{x + 8}{x + 8} + \frac{b}{x + 8} \cdot \frac{x + 6}{x + 6}$$

$$\frac{14x + 100}{(x + 6)(x + 8)} = \frac{a(x + 8) + b(x + 6)}{(x + 6)(x + 8)}$$

$$\frac{14x + 100}{(x + 6)(x + 8)} = \frac{(a + b)x + 8a + 6b}{(x + 6)(x + 8)}$$

$$2 \quad 14x + 100 = (a + b)x + 8a + 6b,$$

dus:  $a + b = 14$  en  $8a + 6b = 100$

- 3 Zie vaardigheid 8 voor uitwerking van voorbeeld

## Lijn- en puntsymmetrie

Een functie  $f$  is *lijnsymmetrisch ten opzichte van de y-as* als geldt:  $f(x) = f(-x)$ .

vb:  $f(x) = x^2$

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x), \text{ dus } f \text{ is lijnsymmetrisch t.o.v. de y-as.}$$

Een functie  $f$  is *puntsymmetrisch ten opzichte van (0,0)* als geldt:  $f(x) = -f(-x)$ .

vb:  $f(x) = x^3$

$$-f(-x) = -(-x)^3 = -(-x^3) = x^3 = f(x), \text{ dus } f \text{ is puntsymmetrisch t.o.v. (0,0).}$$